CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

EXERCICE 1:

soit f la fonction de nombre réel définie par :

$f(x)=\frac{x-3}{x+1}$; (C_f) sa courbe représentative

dans un repére orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) montrer que l'ensemble de définition de f est : $D_f = R - \{-1\}$

2-a) calculer les limites :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puius intérpreter géometriquement les résultats obtenus

2-b) calculer les limites :

$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} f(x)$ puius intérpreter géometriquement les résultats obtenus

التمرين الرابع (08ن):

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي : $f(x)=\frac{x-3}{x+1}$

و ليكن (C_f) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن D_f مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$	0.5
2) أ. احسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.	1.5
ب. احسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.	1.5
3) أ. بين أن : $f'(x)=\frac{4}{(x+1)^2}$ لكل x من D_f	1
ب. ضع جدول تغيرات الدالة f	1
4) أ. احسب $f(-5)$ و $f(-2)$ و $f(1)$ و $f(3)$	1
ب. أنشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$	1.5

CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

3-a) montrer que : $f'(x) = \dfrac{4}{(x+1)^2}$ pour tout réel x dans D_f.

3-b) drésser le tableau de variation de f.

4-a) calculer $f(-5)$; $f(-2)$; $f(1)$ et $f(3)$.

4-b) construire (C_f) dans le repére $(O;\vec{i};\vec{j})$.

التمرين الرابع (8ن):

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{x-3}{x+1}$

و ليكن (C_f) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن D_f مجموعة تعريف الدالة f هي: $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ — 0.5

2) أ. احسب النهايتين التاليتين: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. — 1.5

ب. احسب النهايتين التاليتين: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. — 1.5

3) أ. بين أن: $f'(x)=\dfrac{4}{(x+1)^2}$ لكل x من D_f — 1

ب. ضع جدول تغيرات الدالة f — 1

4) أ. احسب $f(-5)$ و $f(-2)$ و $f(1)$ و $f(3)$ — 1

ب. أنشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ — 1.5

CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

SOLUTION

1) montrons que l'ensemble de définition de f est : $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

on a : $f(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$

Alors : f est définie sur R si : $x + 1 \neq 0$ c'est à dire que : $x \neq -1$

d'où : $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

2-a) calculons les limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puius intérpreter géometriquement les résultats obtenus

on a : $f(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$

Alors :

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-3}{x+1}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x}$

$= 1$

et :

* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x-3}{x+1}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{x}$

$= 1$

CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

Interprétation géométrique:

puisque :

* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$

alors :

la droite d'équation : $y = 1$

est une asymptote horizontale à la courbe (C_f) au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$

CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

2-b) calculons les limites :

$\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} f(x)$ puius intérpretons

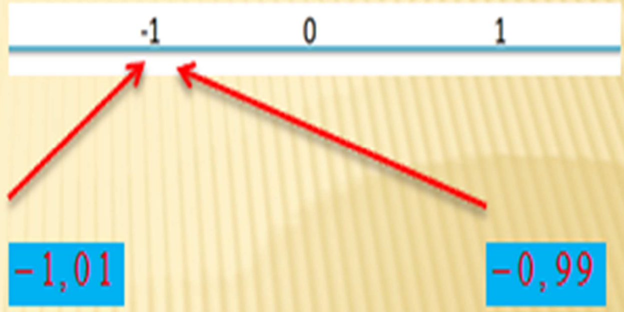
géometriquement les résultats obtenus

on a : $f(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$

alors :

$$* \lim_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = \lim_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} \frac{x-3}{x+1} = \frac{-1-3}{(-1)+1} = \frac{-4}{0^+}$$

$$= -\infty$$



$$* \lim_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} f(x) = \lim_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} \frac{x-3}{x+1} = \frac{-1-3}{(-1)+1} = \frac{-4}{0^-}$$

$$= +\infty$$

CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

Interprétation géométrique:

puisque :

* $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = = -\infty$

* $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} f(x) = +\infty$

alors :
la droite d'équation : $x = -1$
est une asymptote vérticale
à la courbe (C_f).

3-a) montrons que : $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$

pour tout réel x dans D_f.

on a : $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

Alors :

pour tout réel x dans D_f.

on a : $f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{(x+1)^2}$

donc : $f'(x) = \frac{1\times 1-(-3)\times 1}{(x+1)^2} = \frac{1+3}{(x+1)^2}$

d'où : $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$

pour tout réel x dans D_f.

3-b) dréssons le tableau de variation de f.

pour tout réel x dans D_f.

on a : $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$

et $(x+1)^2 > 0$ et $4 > 0$ alors $f'(x) > 0$

d'où : f est strictement croissante sur D_f.

tableau de variation

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	‖	+
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$

4-a) calculons $f(-5)$; $f(-2)$; $f(1)$ et $f(3)$.

on a : $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

* alors : $f(-5) = \frac{(-5)-3}{(-5)+1} = \frac{-8}{-4} = 2$

CORRECTION EXERCICE 4 (EXAMEN REGIONAL 2018 REGION RABAT SALE KENITRA) prof : EL BOUZIDI MIMOUNE

on a : $f(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$

* alors : $f(-2) = \dfrac{(-2)-3}{(-2)+1} = \dfrac{-5}{-1} = 5$

* $f(1) = \dfrac{1-3}{1+1} = \dfrac{-2}{2} = -1$

* $f(3) = \dfrac{3-3}{3+1} = \dfrac{0}{4} = 0$

4-b) construisons (C_f) dans le repére $(O;\vec{i};\vec{j})$.

* $f(0) = \dfrac{0-3}{0+1} = \dfrac{-3}{1} = -3$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$